

文章编号: 1672-6987(2005)04-0373-04

# 风险管理测度 VaR 和 TCE 的实证研究

王 苹

(青岛科技大学 数理系, 山东 青岛 266042)

**摘 要:** 针对单一金融产品和由多种资产组成的投资组合两种情况, 用几只股票的历史收盘数据实证比较了两种先进的度量金融市场风险测度——风险值(VaR)和尾部条件期望(TCE)的有效性。结果显示, TCE 比 VaR 更有效。

**关键词:** VaR; TCE; 有效性; GARCH 模型; Monte-Carlo 模拟法

**中图分类号:** F 224.7; F 224.0 **文献标识码:** A

## The Application Study of VaR and TCE in Efficiency Used in Risk Management

WANG Ping

(Department of Mathematics and Physics, Qingdao University of  
Science and Technology, Qingdao 266042, China)

**Abstract:** The paper compares the efficiency of used in financial risk management: Value-at-Risk (VaR) and tail conditional expectation (TCE) in terms of a univariate case and a portfolio made of multivariables. The result indicates that TCE has more effective than VaR by illustrating historical data of closing price of several shares.

**Key words:** VaR; TCE; efficiency; GARCH model; Monte-Carlo simulation

自 20 世纪 80 年代以来, 在全球经济一体化和金融自由化的背景下, 各国金融资本在全球范围内大量、快速地自由流动, 再加上 20 世纪末一些跨国金融公司的破产倒闭, 使金融机构和风险管理者越来越关注金融市场风险。J P Morgan 公司于 1994 年首先提出一种全面度量投资组合市场风险方法——风险值 VaR (Value at Risk)。VaR 把各种市场风险具体化为一个可以和其经营值相比较的数字, 它在风险度量和管理方面比传统方法具有更多的优点。近几年来, 一些学者在 VaR 的基础上又提出了一种新的度量市场风险的方法——尾部条件期望 TCE (Tail conditional expectation)。本研究用实证比较了 VaR 和 TCE 的有效性。

### 1 基本概念

VaR 是一种用统计的方法来衡量市场风险的测度, 引用定义<sup>[1]</sup>:

**定义 1** 风险值 (VaR)

设随机变量  $X$  表示投资一定数额的资产  $W$  后, 在未来某一持有期  $T$  内的损益率, 则满足

$$P\{X \leq -VaR_\alpha\} = \alpha \quad (1)$$

$VaR_\alpha$  (通常取正值) 称为该资产组合在未来持有期  $T$  内置信度为  $1-\alpha$  风险值。

与传统的风险管理方法相比, 尽管 VaR 能更加科学地反映市场风险, 但它只是度量投资组合在一定置信度下可能损失的分位数而忽略了越过这个分位数的损失会达到何种程度, 为此 Artzner

收稿日期: 2005-03-24

作者简介: 王 苹 (1975~), 女, 助教, 硕士。

于 1997 年在 VaR 的基础上提出了另一种衡量市场风险的测度<sup>[2]</sup>：

**定义 2** 尾部条件期望(Tail conditional expectation 简称 TCE)

设随机变量  $X$  表示投资一定数额的资产  $W$  后,在未来某一持有期  $T$  内的损益率,则

$$TCE_{\alpha}(X) = -E\{X \mid X \leq -VaR_{\alpha}\} \quad (2)$$

称为该投资组合在持有期  $T$  内置信度为  $1-\alpha$  的尾部条件期望, TCE 表示越过 VaR 值的损失的均值。

金融风险管理者最关心的问题是预测某一投资组合在未来某一时间段内是否存在风险及其如何度量风险的大小。作为两种比较先进的金融风险管理工具 VaR 和 TCE,验证其有效性是非常必要的。如果对于可能发生的最大损失额较大的投资组合,其 VaR(TCE)值也较大,则认为 VaR(TCE)是有效的,反之是无效的。例如两种投资组合 A 和 B,在置信度为 95% 下,计算出 VaR(A) > VaR(B),但 A 可能发生的最大损失为 200 万美元,B 的最大损失为 250 万美元,这时就认为 VaR 不是有效的。下面从单一金融产品和由多种资产组成的投资组合两种情况下实证研究 VaR 和 TCE 的有效性。

## 2 实证分析

### 2.1 对于单一金融产品 VaR 和 TCE 有效性的比较分析

由于收益率具有聚类的特点,即收益率随时间  $t$  变化时通常在某一时段连续出现偏高或偏低的情况,所以人们常用 GARCH 模型<sup>[3]</sup>来拟合收益率,其中形式最简单的为正态分布 GARCH(1, 1)模型。它由条件均值方程和条件方差方程组成:

$$\begin{cases} r_t = \mu + \epsilon_t, \\ (\epsilon_t = \sqrt{h_t} e_t, e_t \sim N(0, 1)) \\ h_t = \alpha + \rho_1 h_{t-1} + \alpha \epsilon_{t-1}^2, \\ (\alpha > 0, \rho_1 \geq 0, \alpha < 1) \end{cases} \quad (3)$$

其中  $r_t$  表示收益率,  $\mu$  是无条件均值,常用样本均值来估计,扰动项  $\epsilon_t$  是定义在  $t-1$  时刻的信息集  $\Omega_{t-1}$  上具有零均值的随机变量,信息集  $\Omega_{t-1}$  包括  $t-1$  及其以前各时刻的所有信息,  $h_t$  为  $\epsilon_t$  在  $\Omega_{t-1}$  下的条件异方差。由式(1)和式(3)得到 VaR( $r_t$ )和 TCE( $r_t$ )的计算公式<sup>[4]</sup>：

$$VaR(r_t) = -(\mu + \Phi^{-1}(\alpha) \sqrt{h_t}) \quad (4)$$

$$TCE(r_t) = -\frac{1}{\alpha} [\mu \alpha - \frac{\sqrt{h_t}}{\sqrt{2\pi}} \exp[-(\epsilon_t^2/2)]]$$

$$\left| \begin{matrix} x_{\alpha} \\ \infty \end{matrix} \right. = \frac{\sqrt{h_t}}{\alpha \sqrt{2\pi}} \exp[-(\Phi^{-1}(\alpha))^2/2] - \mu \quad (5)$$

其中  $\Phi^{-1}(\alpha)$  表示标准正态分布的  $\alpha$  分位数。

下面以实例比较这两种模型的有效性:以上海证券交易所 2001 年 1 月至 2004 年 10 月 25 日关于莲花味精(600186)和鲁信高新(600783)每工作日收盘指数共 900 个交易日作为样本,利用正态 GARCH(1, 1)模拟收益率,在经济计量软件包 Eviews4.0 中计算,两者的 VaR 和 TCE 的估计值比较如下:

莲花味精:  $r_t = 6.914859 + \epsilon_t$ ,  $h_t = 0.10593 + 1.12589h_{t-1} - 0.122416\epsilon_{t-1}^2$

$h_t$  的均值 = 8.173989

鲁信高新:  $r_t = 7.460603 + \epsilon_t$ ,  $h_t = 0.031513 + 0.975599h_t + 0.023403\epsilon_{t-1}^2$

$h_t$  的均值 = 8.608389

表 1 VaR 和 TCE 的估计值

Table 1 Estimate of VaR and TCE

置信度 /%	莲花味精		鲁信高新	
	VaR	TCE	VaR	TCE
90	0.024638	0.038651	0.030488	0.047671
95	0.033844	0.048888	0.035134	0.060471
98	0.048951	0.062748	0.047632	0.075114

通过计算得知:莲花味精  $h_t$  的均值 < 鲁信高新  $h_t$  的均值,在置信度 98% 下, TCE (莲花味精收益率) < TCE (鲁信高新收益率),而 VaR (莲花味精) > VaR (鲁信高新)。实例说明:在置信度 98% 下, TCE 有效,而 VaR 出现了误差。

### 2.2 对于投资组合 VaR 和 TCE 有效性的比较分析

在实际应用中,通常考虑由各种金融产品构成的组合情形,如证券市场中投资组合是由许多不同类型的证券组成。经济学家马柯维茨早在 20 世纪 50 年代提出的投资组合理论<sup>[5]</sup>中就利用方差来描述风险:在表示投资组合不确定的随机变量服从正态分布的情况下,其方差越大,风险就越大;方差越小,风险也就越小。

$n$  维随机变量  $r$  表示  $n$  支股票的收益率:  $r =$

$(r_1, r_2, \dots, r_n)'$ , 其中  $r_i$  表示第  $i$  支股票的收益率。在解决实际问题时通常使组合的收益率  $r$  服从多元正态分布, 记为  $r \sim N(\mu, \Sigma)$ 。多元正态分布的密度函数定义如下:

$$f(r_1, \dots, r_n) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \left| \Sigma \right|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(r - \mu)' \Sigma^{-1} (r - \mu)\right) \quad (6)$$

其中  $\mu$  是均值向量,  $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ ,  $\mu_j$  是  $r_j$  的均值,  $\Sigma = (\sigma_{ij})_{n \times n}$  称为方差-协方差矩阵。

$\Sigma$  是全面反映收益率不确定性的一个基本的数据矩阵。

计算出  $\Sigma$  后, 可以求出收益率  $r$  的任一线性组合相应的均值和方差。设  $m = (m_1, m_2, \dots, m_n)'$  表示对不同股票的投资额, 其中  $m_i$  是对第  $i$  种股票的投资额。设投资的总额为  $W$ , 有  $m_1 + m_2 + \dots + m_n = W$ , 得到相应的线性组合的收益:

$$m_1 r_1 + m_2 r_2 + \dots + m_n r_n = m' r \quad (7)$$

令  $\alpha = m/W$ , 其中  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)'$ , 则组合的收益率为:

$$\alpha_1 r_1 + \alpha_2 r_2 + \dots + \alpha_n r_n = \alpha' r \quad (8)$$

组合的收益率方差为:

$$\sigma^2(\alpha' r) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \sigma_{ij} = \alpha' \Sigma \alpha \quad (9)$$

由(9)式可比较不同投资组合风险的大小: 值越大, 组合的风险越大; 值越小, 风险越小。因此, 在投资组合收益率  $\alpha' r$  服从正态分布的情况下, 如果方差较大的组合的 VaR(TCE) 值也大, 则认为该模型是有效的。

下面以公共事业板块、工业板块、商业板块三种股票组成的投资组合为例, 验证两模型的有效性。用 1999 年 1 月至 2002 年 10 月共 894 个交易日作为样本, 在经济计量软件包 Eviews 4.0 中利用 Monte-Carlo 模拟法<sup>[6,7]</sup> 比较投资组合的 VaR 值和 TCE 值。

首先进行正态性检验<sup>[8]</sup>。本研究利用偏度和

峰度验证数据的正态性。偏度是指分布曲线的偏斜程度, 峰度是指分布曲线的陡缓程度。

设有收益率数据  $r_t (t = 1, 2, \dots, T)$ ,  $\bar{r}$  和  $\sigma^2$  分别表示样本均值和样本方差, 则

$$\text{样本偏度 } S = \frac{J}{T\sigma^3} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^3 \quad (10)$$

$$\text{样本峰度 } K = \frac{J}{T\sigma^4} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^4 \quad (11)$$

正态分布的偏度等于 0, 峰度等于 3。偏度不为 0 的分布曲线是右偏斜的, 偏度为 0 的分布都是对称的; 厚尾分布的峰度大于 3。

在 Eviews 4.0 中, 利用上述方法验证三者的收益率分布的正态性, 计算结果见表 2。

表 2 偏度和峰度值  
Table 2 Leaning and kurtosis

板块名称	偏度	峰度
公共事业板块	0.852 113 468 916	9.195 187 159 03
工业板块	0.794 978 990 509	9.336 851 822 84
商业板块	0.491 878 723 723	7.666 513 222 96

从表 2 看出, 三种板块股票的收益率分布曲线都略微右偏斜, 峰度略高于正态分布, 可认为它们的收益率均近似地服从正态分布。

然后针对由公共事业板块、工业板块和商业板块组成的三种组合, 均投资 95 万元: 组合 1 表示对三种板块分别投资 35 万元、30 万元和 30 万元; 组合 2 表示对三种板块分别投资 30 万元、35 万元和 30 万元; 组合 3 表示对三种板块分别投资 30 万元、30 万元和 35 万元。根据 Monte-Carlo 模拟法在 Eviews 4.0 中编制算法来比较三种投资组合的 VaR 和 TCE 值, 计算结果见表 3。

由表 3 可以看出, 三种组合中: 组合 3 方差最大、组合 1 次之、组合 2 方差最小, 这表示组合 3 风险最大、组合 2 风险最小。计算结果表明: TCE

表 3 三种投资组合的 VaR 和 TCE 值

Table 3 Estimate of VaR and TCE of three portfolios

组合名称	组合的方差/ $10^{-4}$	VaR			TCE		
		95%	98%	99.5%	95%	98%	99.5%
1	2.046 69	0.022 695	0.028 286	0.036 467	0.028 712	0.033 985	0.040 718
2	2.010 44	0.022 565	0.028 116	0.036 515	0.028 362	0.033 542	0.040 284
3	2.067 14	0.022 872	0.028 115	0.036 650	0.028 866	0.034 187	0.040 935

准确地表达了 3 种组合的风险大小,在 95%、98%和 99.5%3 种置信度下,组合 3 的 TCE 值都最大、组合 2 的 TCE 值最小;而在 98%置信度下,组合 1 的 VaR 值最大,组合 3 的 VaR 值最小,在 99.5%置信度下,组合 3 的 VaR 值最大,组合 1 的 VaR 值最小,表明这时 VaR 错误地估计了投资风险,因此认为 TCE 比 VaR 更有效。

### 3 结束语

本研究针对单一金融产品和由多种资产组成的投资组合两种情况实证比较了 VaR 和 TCE 的有效性,结果表明 TCE 比 VaR 更有效。

Monte-Carlo 模拟法虽较好地模拟了收益率的变化,但假设各子资产之间的相关性不变化,仍不能非常准确地描述收益率的变化,必然使 VaR 和 TCE 值产生一定的误差。因此,一些学者提出将 Markov 链嵌入 Monte-Carlo 模拟法(MCMC)

中,但这些理论还很不完善,有待于进一步研究。

### 参 考 文 献

- [1] 王春峰. 金融市场风险管理(第一版)[M]. 天津:天津大学出版社,2001.
- [2] Artzner P, Delbaen F, Eber J M, et al. Thinking Coherently[J]. Risk, 1997, 10(11): 68~71.
- [3] 陆懋祖. 高等时间序列经济计量学[M]. 上海:上海人民出版社,1999.
- [4] 阎春宁. 风险管理学(第一版)[M]. 上海:上海大学出版社,2002.
- [5] 叶中行,林建忠. 数理金融(第一版)[M]. 北京:科学出版社,1998.
- [6] 徐钟济. 蒙特卡罗方法(第一版)[M]. 上海:上海科学技术出版社,1985.
- [7] 茆诗松,王静龙,濮晓龙. 高等数理统计[M]. 北京:高等教育出版社,2003,4: 416~457.
- [8] Kendall M G, Stuart A. The advanced theory of statistics (3<sup>rd</sup> ed)[M]. London: Griffin, 1973.

### 会议消息

## 青岛国际橡塑技术论坛(IRPC)即将召开

第二届青岛国际橡塑技术论坛——中德橡塑材料与工程技术研讨会将于 2005 年 10 月 13 日至 15 日在青岛举行。本次会议是向世界全面展示橡塑材料工程技术领域最新科技成果和发展的一次国际性学术会议。会议主题内容为:现代汽车中的橡塑配件制造技术。会议将由中德两国知名技术专家就当代橡塑材料与工程技术在汽车配件中的应用现状及发展前景进行交流与研讨。欢迎相关企业、科研单位和大专院校踊跃参加,加强与世界的交流,促进我国橡塑材料与工程领域的技术进步。

**主办单位:** 橡塑材料与工程教育部重点实验室(青岛科技大学);

**协办单位:** 德国 Berstorff 公司;

**支持单位:** 德国爱兰根大学,德国拜耳公司。

**联系单位:** 橡塑材料与工程教育部重点实验室(青岛科技大学)

**地 址:** 青岛市郑州路 53 号

**邮 编:** 266042

**联 系 人:** 史老师,王老师

**联系电话:** (0532)84023977

**传 真:** (0532)84882744

**E-mail:** rubber@qust.edu.cn