第 9卷 第 17期 2009年 9月
1671-1819(2009)17-5260-03

科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering

Vol.9 No.17 Sep 2009
© 2009 Sci. Tech. Engng.

管理科学

利用 PGARCH-M 模型估计风险值

王 苹
(青岛科技大学数理学院,青岛 266042)

摘 要 建立一种新的度量风险值(VaR)模型 PGARCH—M (Power GARCH—M),并利用该模型,通过对工业指数和地产指数的 VaR计算,得出基于 GED分布的 PGARCH—M模型估计 VaR极端值更为精确,优于基于正态分布的 PGARCH—M模型和 PGARCH模型。

关键词 VaR PGARCH-M模型 PGARCH模型 GED分布
中图法分类号 F224.7; F224.0; 文献标志码 A

VaR(Value-at-Risk)即风险值,是一种用统计的方法来衡量市场风险的测度,它把各种市场风险具体化为一个可以和其经营值相比较的数字,比传统方法具有更多的优点,由于金融市场中股票或其他金融产品的收益率具有变易率聚类性。Engle提出的 ARCH模型[1]和 Bollersler随之发展的 GARCH模型[2]能描述这一特征,所以用 GARCH模型已成为计算 VaR值的一种重要的方法。为了将市场风险更好地反应在金融资产的投资回报中,Engle Lilien和 Robins(1987)在 GARCH模型均值方程中加入了条件标准差项,得到 GARCH-M模型[3]。Ding et al(1993)提出的 PGARCH[4] (说明一下我把应用文章号由 5改为 4)与 GARCH模型相比,去掉了对模型方差的幂为 2的限制,使方差更具有动态性,可以更好地刻划股市的杠杆作用。

根据金融资产回报与市场风险的关系,同时考虑了股市的杠杆作用,从而结合 PGARCH模型和 GARCH—M模型生成一种新的模型 PGARCH—M模型来对 VaR进行测度。

2009年 5月 25日收到
作者简介:王 苹(1975—),山东省济宁人,讲师,硕士,研究方向:随机分析与金融工程。

1 模型介绍

1.1 PGARCH-M 模型

大量研究表明,投资股票的风险往往直接影响其价格,因此 1987年 Engle Lilien和 Robins将条件方差引入均值方程,即原方程 $y_t = x_t'\theta + \varepsilon_t$ 变为 $y_t = x_t'\theta + \lambda\sigma_t^2 + \varepsilon_t$。

还可把方程中的条件方差改为

$$y_t = x_t'\theta + \lambda\lg(\sigma_t^2) + \varepsilon_t$$

或 $y_t = x_t'\theta + \lambda\sigma_t + \varepsilon_t$[5]

由此建立的一种新的基于 GED 分布的 PGARCH-M模型:

$$\begin{cases} y_t = x_t'\theta + \lambda\lg(\sigma_t^2) + \varepsilon_t,\ \varepsilon_t = \sigma_t, \\ v_t \sim GED(0,\ \sigma_t^2,\ r); \\ \sigma_t^\delta = \omega + \sum_{j=1}^{q}\beta_j\sigma_{t-j}^\delta + \sum_{i=1}^{p}\alpha_i(|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i\varepsilon_{t-i})^\delta。 \end{cases}$$

其中,$\delta > 0$, $r \leqslant p$ 当 $i = 1, 2, \cdots, r$ 时,$|\gamma_i| \leqslant 1$;当 $i > r$ 时,$\gamma_i = 0$..

特别地,当 $\delta = 2$ 且对所有的 $\gamma_i = 0$ 时,得到 GARCH-M模型。在 PGARCH—M模型中,σ_t^2 的幂 δ 的值不是被固定而是被估计,而且当 $i \leqslant r$ 时,$|\gamma_i| \leqslant 1$ 使条件方差对正负冲击的反应不对称,能更好地刻划股市的杠杆作用。

1.2 VaR定义及计算

风险值(VaR)是指设随机变量表示投资一定数额的资产W后，在未来某一持有期T内的损益率，则满足 $P\{Z_T(W)\leqslant -V_R\}=\alpha$。

VaR(通常取正值)称为该投资组合在未来持有期T内置信度为 $1-\alpha$ 的风险值。

如果已知该投资组合在[0, T]时期内的损益率 $X=Z_T/W$ 的分布为 $F(x)$，则投资组合损益率分布的 α 分位数，即 $x_\alpha=\sup\{x\mid P\{X\leqslant x\}\leqslant\alpha\}$。

对于PGARCH—M模型，有置信度为 $1-\alpha$ 的风险值为

$$V_{QR_\alpha}(r_t)=-(\mu+\lambda\ln\sigma_t^2+F_\alpha\sigma_t) \quad (1)$$

对于PGARCH模型，有置信度为 $1-\alpha$ 的风险值为 $V_{QR_\alpha}(r_t)=-(\mu+F_\alpha\sigma_t)$。其中F为随机变量 r_t 服从的分布。 (2)

2 实证研究

分别选取1999年1月至2007年12月工业指数和地产指数各2146个收盘数据作为样本。通过大量研究表明，股票指数对数收益率序列具有变易率聚类性和GARCH效应以及具有尖峰厚尾右偏的特征。因此用对称的GARCH模型不是最好的，所以利用AIC信息准则建立非对称的PGARCH(1, 1)-M模型来拟合工业和地产对数收益率序列，在Eviews6.0[6]编制程序比较它们在计算VaR时的差异。

表1和表2列举了两种指数的PGARCH及PGARCH-M模型的参数估计。估计参数的方法均采用极大似然估计。参数 γ_1 描述股市的杠杆效应，由于 $|\gamma_1|\leqslant 1$ 说明条件方差对正负冲击的反应不对称，这和股市的实际现象相吻合。均值方程中参数 λ 刻画了股市中收益和风险的关系，由于 $\lambda>0$ ($\lg(\sigma_t^2)<0$，则 $\lambda\lg(\sigma_t^2)>0$)说明两种指数的收益率和波动性为正相关关系，与实际相符。反应了用PGARCH(1, 1)-M模型拟合指数收益率计算VaR是可行的。

表1 PGARCH(1, 1)模型参数估计结果

PGARCH(1, 1)	μ	ω	a_1	γ_1	β_1	δ	GED参数 r	σ_t^2 均值
工业 —N	0.000 139	0.001 393	0.114 520	0.145 828	0.889 792	0.681 615		0.000 249
—GED	0.000 431	0.000 936	0.115 807	0.124 529	0.889 103	0.775 430	1.285 365 7	0.000 246
地产 - N	8.13×10^{-5}	0.000 991	0.092 669	−0.004 308	0.902 980	0.846 627	0.000 426	
—GED	−0.000 223	0.000 467	0.099 494	0.027 574	0.901 637	1.002 707	1.320 977	0.000 430

表2 PGARCH(1, 1)-M模型参数估计结果

PGARCH(1, 1)—M	μ	λ	ω	a_1	γ_1	β_1	δ	GED参数 r	σ_t^2 均值
工业 —M—N	0.008 981	0.001 010	0.001 938	0.114 362	0.128 720	0.887 550	0.613 371		0.000 247
—M—GED	0.011 513	0.001 252	0.001 243	0.116 060	0.068 906	0.885 542	0.733 211	1.279 976	0.000 244
地产 —M - N	0.017 836	0.002 175	0.001 357	0.090 243	−0.022 854	0.905 606	0.756 533		0.000 424
—M—GED	0.020 575	0.002 527	0.000 934	0.093 807	−0.007 621	0.905 687	0.828 715	1.305 931	0.000 428

利用式(1)和式(2)，计算出在各种模型下的VaR值。结果见表3和表4。由返回检验可知，在95%置信水平下，对于工业和地产两种指数，各模型均较好的估计了风险，但相比之下，基于GED分布的PGARCH和PGARCH-M模型比基于正态分布的同类模型估计风险更好些。在99%置信水平下，基于正态分布的PGARCH和PGARCH-M模型低估了市场风险，但基于GED分布的PGARCH-M模型稍微低估了风险，总之，基于GED分布的PGARCH-M模型更好地刻画了收益率的统计特性。

表 3 置信水平为 95%的未来一天的 VaR值

PGARCH		—N	—GED	—M—N	—M—GED
工业		0.025 816	0.025 446	0.025 259	0.024 670
地产		0.033 136	0.034 455	0.032 924	0.033 170
实际收益率	工业	0.049 468	0.051 780	0.053 629	0.053 790
超过 VaR的比例	地产	0.053 629	0.049 468	0.055 016	0.053 629

表 4 置信水平为 99%的未来一天的 VaR值

PGARCH		- N	- GED	—M—N	—M—GED
工业		0.036 570	0.043 20	0.035 970	0.039 530
地产		0.047 202	0.053 726	0.046 957	0.052 560
实际收益率	工业	0.015 719	0.009 246	0.018 031	0.011 870
超过 VaR的比例	地产	0.021 267	0.019 106	0.021 267	0.015 031

3 结论

本文建立了基于 GED分布的 PGARCH-M 模型,并对基于正态分布的和基于 GED分布的 PGARCH和 PGARCH-M 模型分别进行实证分析。研究结果表明:在较低置信水平下,新模型无明显优势,但在较高置信水平下,分析结果优于其他模型,因此在极端情形选择 PGARCH(1,1)-M 模型计算 VaR是更合适的。

参 考 文 献

1 Engle R F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. Econometrica, 1982; 50: 987—1007

2 Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Econometrics, 1986; 31: 307—327

3 Engle R F, Lilien D M, Robins R P. Estimating time-varying risk premia in the term structure: The ARCH-M model. Econometrica, 1987; 55, : 391—407

4 武 东,汤银才. 基于稳定分布的 PARCH模型. 数理统计与管理, 2007; 26(4): 611—613

5 Ding Z, Granger C W J, Engle R F. A long memory property of stock market returns and a new model. Journal of Empirical Finance, 1993; 1: 83—106

6 于俊年. 计量经济学软件 —Eviews的使用. 北京:对外经济贸易大学出版社, 2006

Estimation of Value-at-risk Using PGARCH-M Model

WANG Ping

(School of Mathematics and Physics, Qingdao Unniversity of Science and Technology, Qingdao 266042, P. R. China)

[Abstract] A new VaR model is established: PGARCH-M (Power GARCH-M). Empirical study using historical data of closing price of industy and index shows that PGARCH-M model based on GED distribution calculate VaR accurately, outperform PGARCH model and PGARCH-M model based on normal distribution, espcialy for extreme quantile.

[Key words] VaR PGARCH-M model PGARCH model GED distribution