

文章编号：1007-9831 (2008) 03-0030-03

一类投资竞赛模型的稳定性分析

沈秀专¹，宫响¹，张淑华²

(1. 青岛科技大学 数理学院, 山东 青岛 266061; 2. 青岛科技大学 教务处, 山东 青岛 266061)

摘要：建立了多个同类企业的投资竞赛数学模型，运用稳定性理论，对系统不动点的稳定性做出分析，给出企业间投资保持均衡态势时参数的取值范围，并分析了其经济学意义。通过数据仿真验证了理论分析的正确性。

关键词：投资竞赛；均衡；稳定性

中图分类号：N94 O29 文献标识码：A

随着投资资本市场日益复杂，越来越多的国内外学者来研究投资这一热点话题^[1-2]。对于投资的建模问题，文献[3]构建了1个房地产投资系统动力学模型，文献[4]为2个同类企业的投资竞赛建立了一个离散非线性动力学模型等。本文建立了多个同类企业的投资竞赛模型，该模型有利于从宏观角度来把握企业总体的投资行为，为企业领导层的投资决策提供参考。

1 多个同类企业投资竞赛的数学模型

在文献[4]中考虑2个双边竞争的同类企业X和Y。假定投资竞赛从某个时期开始，这里时期取为1年。以变量 x_n 和 y_n 分别表示企业X和Y第n年的投资规模与企业总产出的比率， $0 < x_n, y_n < 1$ 。一方面一个企业在下一年的投资通常依赖于它的对手今年的投资情况，因此可以假设 x_{n+1} 正比于 y_n ，同样 y_{n+1} 正比于 x_n ，但是若对手今年投资较多时，它下一年投资增加的速度就要减慢，这是受企业总的经济实力的限制，因此假定 x_{n+1} 正比于 $1-y_n$ ，同样 y_{n+1} 正比于 $1-x_n$ 。另一方面，一个企业下一年的投资也要受今年投资的影响，所以可假设 x_{n+1} 正比于 x_n ， y_{n+1} 正比于 y_n 。这样就得到2个同类企业投资竞赛的时间离散非线性模型

$$\begin{cases} x_{n+1} = \gamma\mu(1-y_n)y_n + (1-\gamma)x_n \\ y_{n+1} = \gamma\mu(1-x_n)x_n + (1-\gamma)y_n \end{cases} \quad (1)$$

其中： $\mu \in (0, 4]$ 为模型的参数，反映投资双方的投资比例关系； γ 为刺激因子（ $0 < \gamma < 1$ ），反映竞争一方受对手投资影响的强度； $1-\gamma$ 为惯性因子，反映该企业前一年的投资对下一年投资的影响强度。

由于实际生活中参与竞争的同类企业通常存在很多，所以将模型(1)进行推广到多个同类企业间的投资竞争的情形有一定实际意义。将式(1)推广为

$$x_{i,n+1} = \frac{1}{m-1} \left[\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \gamma\mu(1-x_{jn})x_{jn} \right] + (1-\gamma)x_{in} \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (2)$$

其中： $x_{i,n+1}$ 表示第*i*个企业在第*n+1*年的投资规模与企业总产出的比率； γ 反映竞争一方受对手总体投资影响的强度； $1-\gamma$ 惯性因子，反映该企业前一年的投资对下一年投资的影响强度。对模型的参数作适当扩

收稿日期：2008-01-09

作者简介：沈秀专（1977-），女，山东烟台人，在读硕士研究生，从事复杂网络研究。E-mail：xiuzhuanshen@gmail.com

张 $\mu \in (0, 5]$, 反映企业一方的投资与其竞争对手总体平均投资的比例关系.

2 模型分析与仿真

系统 (2) 在不动点 $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$ 处的雅可比矩阵为

$$J = \frac{1}{m-1} \begin{pmatrix} (1-\gamma)(m-1) & \gamma\mu(1-2x_2^*) & \gamma\mu(1-2x_3^*) & \dots & \gamma\mu(1-2x_m^*) \\ \gamma\mu(1-2x_1^*) & (1-\gamma)(m-1) & \gamma\mu(1-2x_3^*) & \dots & \gamma\mu(1-2x_m^*) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \gamma\mu(1-2x_1^*) & \gamma\mu(1-2x_2^*) & \gamma\mu(1-2x_3^*) & \dots & (1-\gamma)(m-1) \end{pmatrix} \quad (3)$$

其特征方程为

$$|\lambda I - J| = 0 \quad (4)$$

当不动点满足 $x_1^* = x_2^* = \dots = x_m^*$ 且稳定时, 企业投资竞赛基本成均衡态势增长. 设 $x_i^* = x^*$ ($i=1, 2, \dots, m$), 将式 (3) 代入式 (4) 得到 J 的特征根: $\lambda_1 = 1 - \gamma + \gamma\mu(1 - 2x^*)$, $\lambda_2 = \lambda_3 = \dots = \lambda_m = 1 - \gamma - \frac{\gamma\mu(1 - 2x^*)}{m-1}$.

由稳定性条件^[6]知当特征方程的解满足 $|\lambda_i| < 1$ ($i=1, 2, \dots, m$) 时, 式 (2) 的不动点 $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$ 为稳定不动点, 先将 $x_i^* = x^*$ ($i=1, 2, \dots, m$) 代入式 (2) 可得 $x^* = 0$ 或 $x^* = 1 - \frac{1}{\mu}$. 下面分情况讨论:

若 $x^* = 0$ 时, 该不动点的稳定性条件由不等式组 $\begin{cases} |1 - \gamma + \gamma\mu| < 1 \\ |1 - \gamma - \frac{\gamma\mu}{m-1}| < 1 \end{cases}$ 决定, 其公共解为 $0 < \mu < 1$, 故

$(0, 0, \dots, 0)$ 的稳定性与参数 γ 的取值无关. 与文献[4]中的结论相同.

若 $x^* = 1 - \frac{1}{\mu}$ 时, 解不等式组 $\begin{cases} |1 + \gamma - \gamma\mu| < 1 \\ |1 - \frac{(m+1)\gamma}{m-1} + \frac{\gamma\mu}{m-1}| < 1 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} 1 < \mu < 1 + \frac{2}{\gamma} \\ m+1 - \frac{2(m-1)}{\gamma} < \mu < m+1 \end{cases}$.

考虑到 $\mu \in (0, 5]$ 和 $\gamma \in (0, 1)$, 当 $m=2$ 时, 不等式组 $\begin{cases} 1 < \mu < 1 + \frac{2}{\gamma} \\ m+1 - \frac{2(m-1)}{\gamma} < \mu < m+1 \end{cases}$ 的解为 $0 < \mu < 3$, 与

文献[4]中的结论一致. 当 $m \geq 3$ 时, 不等式组 $\begin{cases} 1 < \mu < 1 + \frac{2}{\gamma} \\ m+1 - \frac{2(m-1)}{\gamma} < \mu < m+1 \end{cases}$ 的解 μ 的取值范围主要取决于影

响因子 γ 的取值. 当多个企业参与投资竞赛时, 刺激因子 γ 稍大 (例如企业处于同一区域), 企业间投资若要保持均衡则要求投资比例 μ 的取值相对小些. 相反, 刺激因子 γ 较小 (例如企业所处区域距离较远) 时, 投资比例相差稍大一些, 投资竞赛也可能保持均衡态势. 换句话说, 当有多个企业参与的投资竞赛基本成均衡增长时, 投资比例 μ 的取值范围会相应的有所增加, 增加的幅度取决于刺激因子 γ , 即竞争对手总体对企业产生多大程度上的影响.

图1为系统(2)在 $m=3$ 时变量 x_{in} ($i=1, 2, 3$) 的分岔图. 横坐标为 μ 的取值范围, 初始值 $\gamma=0.7$, $x_{10}=0.9$, $x_{20}=0.5$, $x_{30}=0.1$. 此模拟显示了企业投资竞赛保持均衡态势时 μ 的取值, 当 μ 超过临界值3.86时, 如果一方投资竞争力迅速增长, 则其对手的投资竞争力迅速下降, 投资竞赛不再保持均衡增长, 与理论分析的结果一致.

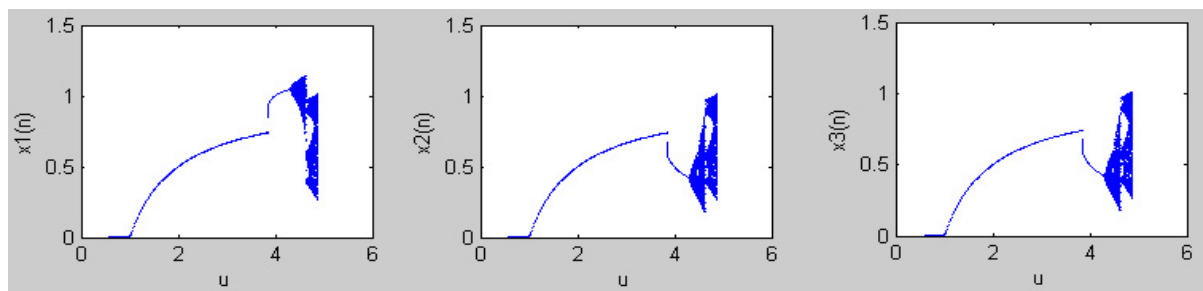


图1 系统(2)在 $m=3$ 时变量 x_{in} ($i=1, 2, 3$)的分岔图

3 结束语

本文建立了多个同类企业的投资竞赛数学模型,分析了企业间投资保持均衡态势时参数的取值范围,并给出了其经济学意义.在模型中参数 γ, μ 取了均值,而在实际中任何两企业间影响因子和投资比例不尽相同,在今后的研究中将做进一步考虑.

参考文献:

- [1] 余玉云,姚洪兴.一类投资竞争模型的复杂性分析[J].复杂系统与复杂性科学,2006,3(2):43-49.
- [2] Daniel K D, Hirshleifer D, Siew H T. Investor psychology in capital markets: evidence and policy implications[J]. Journal of Monetary Economics, 2002, 49(1): 139-209.
- [3] 程国平,汪波,岳毅宏.房地产投资系统动力学模型的建立及其长期演化行为研究[J].系统工程理论与实践,2003,10:65-68.
- [4] 罗晓曙,汪秉宏,陈关荣.基于投资竞赛的离散模型的动力学行为分析[J].管理科学学报,2004,7(3):7-12.
- [5] 吴祥必,陈忠.混沌学导论[M].上海:上海科学技术文献出版社,1996:174-17.

The stability analysis of a type of the investment and competition model

SHEN Xiu-zhuan¹, GONG Xiang¹, ZHANG Shu-hua²

(1. School of Mathematics and Physics, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266061, China;

2. Office of Dean, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266061, China)

Abstract: A multi-dimensional nonlinear dynamic model was established on the investment competition of enterprises. Stability theory was applied to analyze its equilibrium point. As a result, the range of parameters was found to keep their investment balance, and then its economics significance was given. The correctness of the theory was tested through simulation data.

Key words: investment competition; equilibrium; stability